令和７年度　東京学芸大学大学院教育学研究科　入学試験

試験区分		
	一般選抜	○
	現職教員選抜	○
	外国人留学生等選抜	○
	派遣教員選抜	✕
	特別選抜	✕

科目	数学教育・数学
対象	数学教育サブプログラム

受験番号					

I.（1）下の問いについて答えよ．

（a）　以下の A または B のどちらかを選択し，答えよ．

A　　負の数の乗法，特に，（負の数）×（負の数）＝（正の数）の理解は，子どもにとって難しいと言われている．
（−3）×（−2）＝（+6）を例として，（負の数）×（負の数）＝（正の数）となることを，様々な考えで導け．

B　　分数の除法の理解は，子どもにとって難しいと言われている．
$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$ を例として，$\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$ となることを，様々な考えで導け．

（b）　R.Skemp（1976）は，理解を「用具的理解」と「関係的理解」の 2 つの視点から捉えた．（a）の例を用いて，「用具的理解」と「関係的理解」の意味について説明せよ．

【解答欄】

＜出題の意図＞
数学教育における理解の意味について，具体例をあげて論じることができるかを評価するとともに，数学教育の基本的な知識を評価する．

令和７年度　東京学芸大学大学院教育学研究科　入学試験

<table>
<tr><td rowspan="5">試験区分</td><td>一般選抜</td><td>○</td></tr>
<tr><td>現職教員選抜</td><td>○</td></tr>
<tr><td>外国人留学生等選抜</td><td>○</td></tr>
<tr><td>派遣教員選抜</td><td>×</td></tr>
<tr><td>特別選抜</td><td>×</td></tr>
</table>

科目	数学教育・数学
対象	数学教育サブプログラム

受験番号					

I.（2）下の問いに答えよ.

（a）　正三角形 ABC の辺 BC 上を点 P が動くとき，AP を一辺とする正三角形 APQ を描く．このとき，直線 AB と直線 CQ が平行であることを証明せよ．ただし，正三角形 ABC と正三角形 APQ の頂点は，反時計回りの順に，A, B, C と A, P, Q とする.

（b）　上の条件の一部を変更し，発展させた問題を作成せよ.

（c）　問題を解決し，発展させることの数学教育における意義について述べよ.

【解答欄】

＜出題の意図＞

自立的に問題の解決，発展をできるかや，問題を発展させて考えることについて数学教育的観点から考察ができるかを評価する.

令和７年度　東京学芸大学大学院教育学研究科　入学試験

試験区分		
	一般選抜	○
	現職教員選抜	○
	外国人留学生等選抜	○
	派遣教員選抜	✕
	特別選抜	✕

科目	数学教育・数学
対象	数学教育サブプログラム

受験番号					

I.（3）日常生活や社会の事象や数学の事象から，子どもが数学の問題を見いだすことは重要である．このことは，平成 29 年告示の小学校学習指導要領，中学校学習指導要領，そして平成 30 年告示の高等学校学習指導要領においても強調されている．日常生活や社会の事象や数学の事象から，子どもが数学の問題を見いだすことを重視する指導について，具体例を挙げてその教育的価値について述べよ．

【解答欄】

＜出題の意図＞

数学教育において重要な概念について，具体例をあげて論じることができるかを評価するとともに，数学教育の基本的な知識を評価する．

試験区分		
	一般選抜	○
	現職教員選抜	○
	外国人留学生等選抜	○
	派遣教員選抜	×
	特別選抜	×

科目	数学教育・数学
対象	数学教育サブプログラム

受験番号					

Ⅱ．(1)　区間 $(-1,\infty)$ 上の関数 $f(x)=\log(1+x)$ と自然数 n に対して,

$$p_{n-1}(x)=\sum_{j=0}^{n-1}\frac{f^{(j)}(0)}{j!}x^j,\quad R_n(x)=f(x)-p_{n-1}(x)$$

とおく．このとき, 下の問いに答えよ．

(a) 平均値の定理を述べ, $1/2<R_1(1)<1$ を示せ．

(b) マクローリンの定理を用いて, $0<x<1$ のとき, $\lim_{n\to\infty}R_n(x)=0$ を示せ．

【解答欄】

〈出題の意図〉

(a) 平均値の定理についての基本的な理解を問う．

(b) マクローリンの定理についての基本的な理解を問う．

〈解答例〉

(a) まず, 平均値の定理の主張は以下の通りである:

$a<b$ を実数とする．関数 $g(x)$ が閉区間 $[a,b]$ で連続かつ開区間 (a,b) で微分可能であるとき, $a<c<b$ を満たす実数 c が存在して

$$\frac{g(b)-g(a)}{b-a}=g'(c)$$

が成り立つ．

次に, $1/2<R_1(1)<1$ を示す．関数 $R_1(x)$ は

$$R_1(x)=f(x)-p_0(x)=\log(1+x)$$

である．一方, 平均値の定理より

$$\log 2=f(1)-f(0)=f'(c)=\frac{1}{1+c}$$

を満たす実数 $0<c<1$ が存在する．よって

$$\frac{1}{2}<R_1(1)=\log 2=\frac{1}{1+c}<1$$

を得る．

(b) 高階導関数は $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}$, $f''(x)=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$, $f'''(x)=\dfrac{2}{(x+1)^3},\cdots$ となり, 帰納的に

$$f^{(n)}(x)=(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{(x+1)^n}$$

が示せる．よってマクローリンの定理より

$$|R_n(x)|=\left|\frac{f^{(n)}(c)}{n!}x^n\right|=\left|\frac{x^n}{n(c+1)^n}\right|=\frac{1}{n}\left|\frac{x}{c+1}\right|^n$$

を満たす実数 $0<c<x$ が存在する．ここで, $0<c<x<1$ より $0<\dfrac{x}{c+1}<x<1$ であるので, $\lim_{n\to\infty}R_n(x)=0$ が成り立つ．

令和７年度　東京学芸大学大学院教育学研究科　入学試験

試験区分		
	一般選抜	○
	現職教員選抜	○
	外国人留学生等選抜	○
	派遣教員選抜	×
	特別選抜	×

科目	数学教育・数学
対象	数学教育サブプログラム

受験番号					

Ⅱ．(2) 集合 X から集合 Y への写像 f と部分集合 $A \subset X$ に対して, 下の問いに答えよ.

(a) 次の (i)(ii) について, 正しいなら証明し, 正しくないなら反例を挙げて説明せよ.

(i) $f^{-1}(f(A)) \subset A$ が成り立つ.　　(ii) $f^{-1}(f(A)) \supset A$ が成り立つ.

(b) 写像 f が単射であるとき, $f^{-1}(f(A)) = A$ が成り立つことを証明せよ.

【解答欄】

＜出題の意図＞

(a) 写像の像と逆像についての基本的な理解を問う.

(b) 写像の単射性についての基本的な理解を問う.

＜解答例＞

(a) (i) は正しくないので, 反例を挙げて説明する.
例えば, $X = Y = \mathbb{R}$, $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 0$, $A = \{0\} (\subset X = \mathbb{R})$ とする.
このとき, $f(\{0\}) = \{0\}$ であり, さらに $f^{-1}(f(\{0\})) = \mathbb{R}$ である.
よって $f^{-1}(f(\{0\})) = \mathbb{R} \not\subset \{0\}$ であり, これは確かに (i) の反例である.

(a) (ii) は正しいので, 証明を与える. $x \in A$ とする.
像の定義より, $f(x) \in f(A)$ である. また, 逆像の定義より, $x \in f^{-1}(f(A))$ となる.
よって, $f^{-1}(f(A)) \supset A$ が示された.

(b) $f^{-1}(f(A)) \supset A$ は (a)(ii) で証明したので, $f^{-1}(f(A)) \subset A$ のみ示す.
$x \in f^{-1}(f(A))$ とする. 逆像の定義より, $f(x) \in f(A)$ である.
像の定義より, ある $a \in A$ が存在し $f(x) = f(a)$ を満たすので, そのような $a \in A$ を取る.
f の単射性より $x = a$ であり, また $a \in A$ より $x \in A$ となる.
よって, $f^{-1}(f(A)) \subset A$ が示された.

令和７年度　東京学芸大学大学院教育学研究科　入学試験

試験区分		
	一般選抜	○
	現職教員選抜	○
	外国人留学生等選抜	○
	派遣教員選抜	×
	特別選抜	×

科目	数学教育・数学
対象	数学教育サブプログラム

受験番号					

Ⅱ．(3)　前の(1)(2)のいずれかについて，学校数学とのつながりを述べよ．
　　　解答は下の枠内に書くこと．

【解答欄】

＜出題の意図＞

学部等で学習する数学と，学校数学の内容や学習指導とのつながりについて論じることができるかどうかを評価する．また，論理的に適切な表現を用いることができるかどうかを評価する．