

# 数 学 ② [数学Ⅱ 数学Ⅱ・数学B]

(100点)  
(60分)

この問題冊子には、「数学Ⅱ」「数学Ⅱ・数学B」の2科目を掲載しています。解答する科目を間違えないよう選択しなさい。

工業数理基礎、簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

## I 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し、解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～33	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
  - ① 受験番号欄  
受験番号（数字及び英字）を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
  - ② 氏名欄、試験場コード欄  
氏名・フリガナ及び試験場コード（数字）を記入しなさい。
  - ③ 解答科目欄  
解答する科目を一つ選び、科目の下の○にマークしなさい。マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 5 選択問題については、解答する問題を決めたあと、その問題番号の解答欄に解答しなさい。ただし、指定された問題数をこえて解答してはいけません。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

## II 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

## II 解答上の注意

- 1 問題の文中の **ア**， **イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**， **イ**， **ウ**， …のの一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**， **イ**， **ウ**， …で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 **アイウ** に  $-8a$  と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**， **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**， **イウ** のように細字で表記します。

- 2 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例2  $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$  として

エ	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
オ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/>	5	6	7	8	9	a	b	c	d
カ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	<input checked="" type="radio"/>	6	7	8	9	a	b	c	d

- 3 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{キク}}$ ，  $\frac{\sqrt{\text{ケコ}}}{\text{サ}}$ ，  $\sqrt{\text{シスセ}}$  に  $4\sqrt{2}$ ，  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ，  $6\sqrt{2a}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ ，  $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ，  $3\sqrt{8a}$  のように答えてはいけません。

# 数 学 II

(全問必答)

## 第1問 (配点 30)

〔1〕 不等式

$$\sin 2x > \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

を満たす  $x$  の範囲を求めよう。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$  とする。

$a = \sin x$ ,  $b = \cos x$  とおくと、与えられた不等式は

$$\boxed{\text{ア}} ab + \boxed{\text{イ}} a - \boxed{\text{ウ}} b - 1 > 0$$

となる。左辺の因数分解を利用して  $x$  の範囲を求めると

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}} < x < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi < x < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi$$

である。

(数学II第1問は6ページに続く。)

## 数学Ⅱ

〔2〕 不等式

$$2 + \log_{\sqrt{y}} 3 < \log_y 81 + 2 \log_y \left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

の表す領域を求めよう。

$y$  と  $\sqrt{y}$  は対数の底であるから  $y > \boxed{\text{サ}}$  ,  $y \neq \boxed{\text{シ}}$  である。真数は正であるから  $x < \boxed{\text{ス}}$  である。ただし、対数  $\log_a b$  に対し、 $a$  を底といい、 $b$  を真数という。

また

$$\log_{\sqrt{y}} 3 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\log_3 y}, \quad \log_y 81 = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\log_3 y}$$

であるから、与えられた不等式は

$$1 < \frac{\boxed{\text{タ}}}{\log_3 y} + \frac{\log_3 \left(1 - \frac{x}{2}\right)}{\log_3 y}$$

となる。よって

$$y > \boxed{\text{チ}} \quad \text{のとき, } \log_3 y < \log_3 \left\{ \boxed{\text{ツ}} \left(1 - \frac{x}{2}\right) \right\}$$

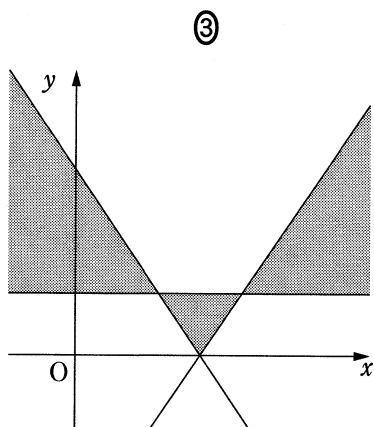
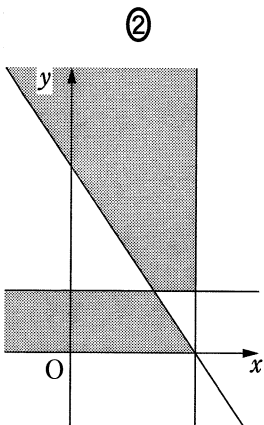
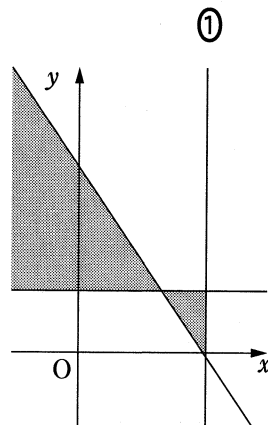
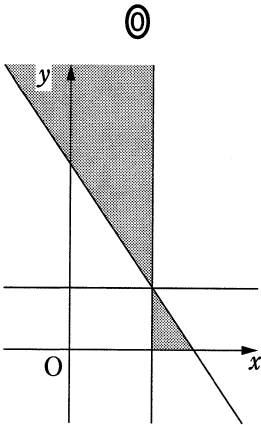
$$\boxed{\text{テ}} < y < \boxed{\text{チ}} \quad \text{のとき, } \log_3 y > \log_3 \left\{ \boxed{\text{ツ}} \left(1 - \frac{x}{2}\right) \right\}$$

となる。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ

求める領域を図示すると、次の図  の影をつけた部分となる。ただし、境界(境界線)は含まない。  に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。



## 数学Ⅱ

### 第2問 (配点 30)

$a > 0$  として、 $x$  の関数  $f(x)$  と  $g(x)$  を

$$f(x) = x^3 - x$$

$$g(x) = f(x - a) + 2a$$

とする。

(1) 二つの関数の差  $g(x) - f(x)$  は

$$g(x) - f(x) = a \left( \boxed{\text{アイ}} x^2 + \boxed{\text{ウ}} ax - a^2 + \boxed{\text{エ}} \right)$$

と表され、 $x$  の方程式  $g(x) - f(x) = 0$  が異なる二つの実数解をもつような  $a$  の範囲は

$$0 < a < \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

また、 $g(x) - f(x)$  は  $x = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$  のとき、最大値

$$\frac{a}{\boxed{\text{ケ}}} \left( \boxed{\text{コサ}} - a^{\boxed{\text{シ}}} \right)$$

をとる。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

(2) (1)で得られた最大値を

$$h(a) = \frac{a}{\boxed{\text{ケ}}} \left( \boxed{\text{コサ}} - a^{\boxed{\text{シ}}} \right)$$

と表す。 $h(a)$ を $a$ の関数と考えるとき、 $h(a)$ は $a = \boxed{\text{ス}}$ で最大値

$\boxed{\text{セ}}$ をとる。

(3)  $a = \sqrt{3}$  のとき、曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = g(x)$  の二つの交点 P, Q の座標は

$$P \left( \boxed{\text{ソ}}, 0 \right), \quad Q \left( \sqrt{\boxed{\text{タ}}}, \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \right)$$

であり、二つの曲線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  で囲まれた部分の面積  $S$  は

$$S = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

さらに、交点 P  $\left( \boxed{\text{ソ}}, 0 \right)$  における曲線  $y = f(x)$  の接線と曲線  $y = g(x)$

の接線がなす角を  $\theta \left( 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \right)$  とすると

$$\tan \theta = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

## 数学Ⅱ

### 第3問 (配点 20)

$a$ は実数で、 $a > 0$ 、 $a \neq 2$ とし、点 $A(a, 1)$ を中心とする半径1の円を $C$ とする。また、点 $P(2, 0)$ を通り円 $C$ に接する直線のうち $x$ 軸でないものを $l_1$ とし、点 $Q(-2, 0)$ を通り円 $C$ に接する直線のうち $x$ 軸でないものを $l_2$ とする。 $l_1$ と $l_2$ が垂直であるときの $a$ の値を求めよう。

円 $C$ の方程式は

$$(x - \boxed{\text{ア}})^2 + (y - \boxed{\text{イ}})^2 = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

直線 $l_1$ 、 $l_2$ の傾きをそれぞれ $b$ 、 $c$ とすると、それらの方程式は

$$l_1: y = \boxed{\text{エ}}(x - \boxed{\text{オ}})$$

$$l_2: y = \boxed{\text{カ}}(x + \boxed{\text{キ}})$$

と表される。また、 $l_1$ と $l_2$ が垂直であるから

$$bc = \boxed{\text{クケ}}$$

である。

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)



直線  $l_1$  は円  $C$  に接することから

$$\boxed{\text{エ}} (a - \boxed{\text{コ}}) (a - \boxed{\text{サ}}) = 2 (a - \boxed{\text{シ}})$$

が成り立つ。(  $\boxed{\text{コ}}$  と  $\boxed{\text{サ}}$  は解答の順序を問わない。)

同様に、直線  $l_2$  が円  $C$  に接することから

$$\boxed{\text{カ}} (a + \boxed{\text{ス}}) (a + \boxed{\text{セ}}) = 2 (a + \boxed{\text{ソ}})$$

が成り立つ。(  $\boxed{\text{ス}}$  と  $\boxed{\text{セ}}$  は解答の順序を問わない。)

したがって、 $bc = \boxed{\text{クケ}}$  より

$$a = \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

このとき、 $l_1$  と  $l_2$  の交点を  $R$  とすると、円  $C$  と三角形  $PQR$  について、

$\boxed{\text{チ}}$ 。  $\boxed{\text{チ}}$  に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 円  $C$  と三角形  $PQR$  の周との共有点は 1 個である
- ② 円  $C$  と三角形  $PQR$  の周との共有点は 2 個である
- ③ 円  $C$  は三角形  $PQR$  の三つの頂点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  を通る
- ④ 円  $C$  は三角形  $PQR$  の 3 辺  $PQ$ ,  $QR$ ,  $RP$  に接する

## 数学Ⅱ

### 第4問 (配点 20)

$a, b$  を実数とし、 $a \neq 0$  とする。 $x$  の整式  $P(x)$  を

$$P(x) = x^3 + bx^2 + (2b - 3)x - a$$

とし、 $P(a) = 0$  が成り立つとする。

(1)  $P(a) = 0$  より、 $a$  と  $b$  の間には関係式

$$a^2 + \boxed{\text{ア}} a + \boxed{\text{イウ}} - \boxed{\text{エ}} = 0$$

が成り立つ。したがって、 $a = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}$  または  $a = \boxed{\text{キク}}$  である。

(2)  $a = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}$  のとき、3次方程式  $P(x) = 0$  は  $a, b$  の値によらない解  $x = \boxed{\text{ケコ}}$  をもつ。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

(3)  $a = \boxed{\text{キク}}$  とする。このとき、 $P(x)$  を因数分解すると

$$P(x) = (x + \boxed{\text{サ}}) \{ x^2 + (\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}})x + \boxed{\text{セ}} \}$$

となる。

3 次方程式  $P(x) = 0$  が虚数解をもつような  $b$  の範囲は

$$\boxed{\text{ソ}} < b < \boxed{\text{タ}}$$

である。このとき、一つの虚数解が  $c + \frac{3}{5}i$  ( $c$  は実数) ならば、 $c$  の値は

$$\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \text{ または } -\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \text{ である。}$$

方程式  $P(x) = 0$  の解がすべて実数であるような  $b$  の範囲は、 $b \leq \boxed{\text{ソ}}$

または  $b \geq \boxed{\text{タ}}$  である。このとき、三つの解の和が  $\frac{4}{3}$  ならば、それらの

解は  $\boxed{\text{テト}}$ ,  $\boxed{\text{ナ}}$ ,  $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$  である。